Πρόβλημα 1

Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y που ικανοποιούν τη σχέση:

$$x^6 + x^4 - 2x^3 - 2x^2y^2 - 2y^2 + 2y^4 + 2 = 0.$$

Πρόβλημα 2

Να βρεθούν όλες οι δυνατές τιμές των θετικών μονοψήφιων ακεραίων αριθμών κ, λ, μ, για τους οποίους η δευτεροβάθμια εξίσωση $\kappa x^2 + \lambda x + \mu = 0$ έχει δύο ακέραιες ίσες λύσεις.

Πρόβλημα 3

Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ και ημιευθεία $Ax // ΒΓ$ (η Ax βρίσκεται στο ίδιο ημιεπίπεδο με το σημείο Γ ως προς την ευθεία ΑΒ). Στην ημιευθεία Ax θεωρούμε τα σημεία Δ και Ε έτσι, ώστε το τετράπλευρο ΒΓΔΕ να είναι ρόμβος (το σημείο Ε βρίσκεται ανάμεσα στο Α και στο Δ). Στο σημείο Δ θεωρούμε την κάθετη ευθεία στη ΔΓ που τέμνει την προέκταση της πλευράς ΒΑ στο Ζ.

(α) Να αποδειχθεί ότι το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισόπλευρο.

(β) Να αποδειχθεί ότι το Ε είναι έγκεντρο του τριγώνου ΑΓΖ.

Πρόβλημα 4.

Αν $x, y, z \in \mathbb{R}^*$, να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{aligned} 3x^2y + 2yz^2 &= 70xz \\ 7y^2z + 4zx^2 &= 256xy \\ 5z^2x + 6xy^2 &= 52yz. \end{aligned}$$