



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
69<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
“Ο ΘΑΛΗΣ”  
ΣΑΒΒΑΤΟ, 1 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2008

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Αν οι θετικοί ακέραιοι  $\alpha$  και  $\beta$  έχουν 120 κοινούς θετικούς διαιρέτες, να προσδιορίσετε το πλήθος των κοινών θετικών διαιρετών των αριθμών  
 $A = 4\alpha + 5\beta$  και  $B = 3\alpha + 4\beta$ .

*Μονάδες 5*

2. Να προσδιορίσετε το πλήθος και το άθροισμα των άρτιων θετικών ακέραιων που βρίσκονται μεταξύ των αριθμών  $A = n^2 - n + 1$  και  $B = n^2 + n + 1$ , όπου  $n$  θετικός ακέραιος.

*Μονάδες 5*

3. Να προσδιορίσετε τις τριάδες ακέραιων  $(x, y, z)$  με  $x \geq y \geq z$  που ικανοποιούν την εξίσωση:

$$xy(x - y) + yz(y - z) + zx(z - x) = 6.$$

Ποιες από τις τριάδες αυτές έχουν άθροισμα τετραγώνων ελάχιστο;

*Μονάδες 5*

4. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα  $AB$ . Θεωρούμε τυχόν σημείο  $M$  εκτός του  $AB$  και τέτοιο ώστε η κάθετη από αυτό προς την ευθεία  $AB$  να την τέμνει σε εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$ . Φέρουμε ευθύγραμμα τμήματα  $AM$  και  $BM$  τέτοια ώστε  $AM \perp BM$  και  $AM = 2 \cdot BM$ ,  $BM \perp AM$  και  $BM = 2 \cdot AM$

και επιπλέον τα σημεία  $M$ ,  $A$  και  $B$  να βρίσκονται στο ίδιο ημιεπίπεδο ως προς την ευθεία  $AB$ . Να αποδείξετε ότι το μέσον  $K$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$  είναι σταθερό σημείο, δηλαδή είναι ανεξάρτητο από τη θέση του σημείου  $M$ .

*Μονάδες 5*

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**