ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ 2010

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α 1. Σχολικό βιβλίο , σελίδα 93 .

Α 2. Σχολικό βιβλίο , σελίδα 87 .

Α 3. Σχολικό βιβλίο , σελίδα 140 .

Α 4. (α) Σ , (β) Λ , (γ) Σ , (δ) Λ , (ε) Λ .

ΘΕΜΑ Β

Επειδή ισχύει $x^2 - x + 1 > 0$ για κάθε x$\in\mathbb{R}$ έχουμε : $D_f = \mathbb{R}$.

Β 1 . $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\sqrt{x^2-x+1}-1-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to1}\dfrac{2\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)}{x-1} =$ (0/0)

$$= \lim_{x\to1}\frac{2\left(x^2-x+1-1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to1}\frac{2x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{2x}{\sqrt{x^2-x+1}+1} = \frac{2}{2} = 1$$

Β 2. Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως αποτέλεσμα πράξεων παραγωγίσιμων συναρτήσεων, με

$$f'(x) = 2\frac{\left(x^2-x+1\right)'}{2\sqrt{x^2-x+1}} = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}} \quad .$$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης στο σημείο (0,f(0)) είναι ίσος με $f'(0)=\frac{-1}{\sqrt{1}}=-1$.

Β 3. Αν ω είναι η ζητούμενη γωνία είναι : εφω = $f'(0)$ = -1, άρα ω=135° .

ΘΕΜΑ Γ

Γ 1. Οι κλάσεις θα είναι [0,c) , [c,2c), [2c,3c), [3c,4c), [4c,5c) .
Αφού η κεντρική τιμή της 2ης κλάσης είναι ίση με 6 ισχύει

$$\frac{c+2c}{2}=6\Rightarrow c=4 \ .$$

Γ 2.

Απώλεια βάρους σε κιλά	x_i	v_i	$x_i\ v_i$	$x_i^2\ v_i$
[0,4)	2	20	40	80
[4,8)	6	40	240	1440
[8,12)	10	45	450	4500
[12,16)	14	30	420	5880
[16,20)	16	25	450	8100
ΣΥΝΟΛΟ	-	160	1600	20000

Η μέση τιμή είναι σε κιλά : $\bar{x}=\frac{1}{v}\sum_{i=1}^{4}x_i v_i=\frac{1600}{160}=10$

Η διακύμανση ορίζεται από την δεδομένη σχέση , άρα

$$s^2=\frac{1}{160}\left[20000-\frac{(1600)^2}{160}\right]=\frac{20000}{160}-\left(\frac{1600}{160}\right)^2=125-100=25$$

οπότε η τυπική απόκλιση είναι s =5 κιλά .

Γ 3. Είναι $CV=\frac{s}{\bar{x}}=\frac{5}{10}=0.50=50\%$

Άρα το δείγμα <u>δεν</u> είναι ομοιογενές .

Γ 4. Επειδή οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση και τα απλά ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα , έχουμε

$$\mathrm{N(A)} = \frac{1}{4}\nu_2 + \nu_3 + \frac{1}{2}\nu_4 = 10 + 45 + 15 = 70 \text{ , } \mathrm{N}(\Omega) = 160 \text{ ,}$$

άρα από τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας είναι

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{70}{160} = \frac{7}{16}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ 1. Η f έχει πεδίο ορισμού το διάστημα (P(A), +∞) και είναι παραγωγίσιμη σ'αυτό ως αποτέλεσμα πράξεων παραγωγίσιμων με

$$f'(x) = \frac{1}{x-P(A)} - \left(x - P(A)\right) = \frac{1-\left(x-P(A)\right)^2}{x-P(A)} = \frac{\left(1-x+P(A)\right)\left(1+x-P(A)\right)}{x-P(A)}$$

Η εξίσωση $f'(x)=0$ έχει λύση x=1+P(A) , ενώ η ανίσωση $f'(x)>0$ δίνει x<1+P(A) , καθώς οι όροι x - P(A) και 1+ x - P(A) είναι θετικοί , άρα καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα :

x	P(A)		1+P(A)	+∞
f΄(x)		+	0	—
f(x)			↘	

ολ. μέγιστο

Άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (P(A),1+P(A)] και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα [1+P(A),+∞) και παρουσιάζει μέγιστο στη θέση x_0=1+P(A) την τιμή $f\left(1+P(A)\right) = -\frac{1}{2} + P(B)$.

Δ 2. Είναι $1 + P(A) = \frac{5}{3} \Rightarrow P(A) = \frac{2}{3}$ και $-\frac{1}{2} + P(B) = 0 \Rightarrow P(B) = \frac{1}{2}$.

Δ 3. Ζητάμε την πιθανότητα $P\left((A\cap B)'\right)$, οπότε

$$P\left(A\cap B\right)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{2}{3}+\frac{1}{2}-\frac{5}{6}=\frac{1}{3}$$

και $P\left((A\cap B)'\right)=1-P\left(A\cap B\right)=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$.

Δ 4. Ζητάμε την πιθανότητα $P\left((A-B)\cup(B-A)\right)$, οπότε

$$P\left((A-B)\cup(B-A)\right)=P(A)-P(A\cap B)+P(B)-P(A\cap B)=$$

$$=P(A\cup B)-P(A\cap B)=\frac{5}{6}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2} .$$

Αθ. Μπεληγιάννης -- Μάϊος 2010