ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΠΑΛ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο , σελίδα 150 .

Β. Σχολικό βιβλίο , σελίδα 65 .

Γ. (α) Λ , (β) Σ , (γ) Λ , (δ) Σ , (ε) Σ .

ΘΕΜΑ 2ο

(α). Από τον ορισμό της μέσης τιμής για κατανομή συχνοτήτων έχουμε :

$$\bar{x} = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{4} x_i \nu_i \Leftrightarrow 4 = \frac{2\cdot 6 + 3\nu_2 + 5\cdot 3 + 8\cdot 4}{6+\nu_2+3+4} \Leftrightarrow 4\nu_2 + 52 = 3\nu_2 + 59 \Leftrightarrow \nu_2 = 7$$

(β) Η διακύμανση ορίζεται από την σχέση

$$s^2 = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \nu_i = \frac{1}{20}[(2-4)^2\cdot 6 + (3-4)^2\cdot 7 + (5-4)^2\cdot 3 + (8-4)^2\cdot 4] =$$

$$= \frac{98}{20} = 4{,}9$$

(γ) Είναι $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{4{,}9}}{4} \simeq \frac{2{,}2}{4} = 0.55 = 55\%$

Άρα το δείγμα <u>δεν</u> είναι ομοιογενές .

ΘΕΜΑ 3ο

(α) Η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική

με $f'(x)=3x^2-12x+\alpha$.

Η συνάρτηση f΄ είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πολυωνυμική με

$f''(x)=6x-12$.

Άρα η δεδομένη σχέση γίνεται

$2(6x-12)+3x^2-12x+\alpha+15=3x^2 \Leftrightarrow -24+15+\alpha=0 \Leftrightarrow$ **$\alpha=9$** .

(β) Είναι $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)=0$ και $\lim\limits_{x\to 1} f'(x)=\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-12x+9)=0$, άρα

$$\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-12x+9}{x^2-1}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-3)}{x+1}=\frac{3(-2)}{2}=-3$$

(γ) Αφού η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο Α(κ,f(κ)) είναι παράλληλη με την ευθεία y= - 3x πρέπει

$f'(\kappa)=-3 \Leftrightarrow 3\kappa^2-12\kappa+9=-3 \Leftrightarrow 3\kappa^2-12\kappa+12=0 \Leftrightarrow$ **$\kappa=2$** .

Άρα ζητάμε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο Α(2 , f(2)) με f(2)= -5 .

Οπότε η εξίσωση είναι ε : y= - 3x+β και αφού επαληθεύεται από

τις συντεταγμένες του Α(2, -5) έχουμε: $-5=-3\cdot 2+\beta \Leftrightarrow \beta=1$

Άρα ε : **y= -3x+1 .**

ΘΕΜΑ 4ο

Α. (α) Η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$ ως άθροισμα

παραγωγίσιμων με $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=\frac{2-x}{2x}$.

Είναι $f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow 2-x \ge 0 \Leftrightarrow x \le 2$, άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα (0,2] και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[2,+\infty)$, όπως φαίνεται και στον παρακάτω πίνακα

x	0		2	$+\infty$
f΄(x)		+	**0**	—
f(x)		↗		↘

(β) Από την μονοτονία της f προκύπτει ότι για **x=2** η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο , το f(2)= $\ln 2+1+\lambda^2-6\lambda$.

Β. (α) Για $x \ge 2$ η f είναι γνησίως φθίνουσα , άρα οι παρατηρήσεις διατάσσονται κατά αύξουσα σειρά όπως παρακάτω f(8) < f(5) < f(4) < f(3) < f(2) .

Το εύρος των παρατηρήσεων αυτών είναι

$$R = f(2) - f(8) = \ln 2 - 1 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 - \ln 8 + 4 - \lambda^2 + 6\lambda - 2 = 3 + \ln\frac{2}{8} = 3 + \ln\frac{1}{4}.$$

Η διάμεσος των παρατηρήσεων ισούται με την ''μεσαία '' παρατήρηση αφού έχουμε 5 παρατηρήσεις , δηλαδή

$\delta = f(4) = \ln 4 - 2 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 = \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda$.

(β) Η ανίσωση δίνει

$$R + \delta < -2 \Leftrightarrow 3 + \ln\frac{1}{4} + \ln 4 + \lambda^2 - 6\lambda + 2 < 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 5 < 0 \Leftrightarrow 1 < \lambda < 5$$

Άρα Α={ 2,3,4} οπότε αφού τα απλά ενδεχόμενα του Ω είναι ισοπίθανα , έχουμε $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{100} = 0,03$.

Τις λύσεις επιμελήθηκε ο μαθηματικός Αθ. Μπεληγιάννης