

Α. ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ***

B. Για το Γυμνάσιο

Μπάμπης Στεργίου – Γιάννης Παπαλουκάς

*** Τα παρακάτω προβλήματα μοιράστηκαν στην απονομή των βραβείων για το έτος 2007.

1. Κάποιος θέλει να ψήσει τρία μπιφτέκια σε μια μικρή σχάρα που χωράει μόνο δύο. Χρειάζονται 5 λεπτά για να ψηθεί η κάθε πλευρά του μπιφτεκιού, οπότε υπολογίζει πως χρειάζεται 10 λεπτά για να ψησει τις δύο πλευρές των δύο πρώτων μπιφτεκιών και άλλα 10 για να ψησει το τρίτο, δηλαδή συνολικά 20 λεπτά. Θα μπορούσατε να υποδείξετε σε αυτόν τον κύριο πώς να ψησει τα μπιφτέκια σε 15 μόνο λεπτά;

2. Το παρακάτω τετράγωνο είναι μαγικό ! Οι τρεις φυσικοί αριθμοί που βρίσκονται σε κάθε γραμμή , στήλη ή διαγώνιο έχουν το ίδιο γινόμενο , που δεν είναι όμως μηδέν.

	x	2
4		9
18	1	

Ορισμένοι αριθμοί έχουν σβηστεί. Να βρείτε τον αριθμό x και στη συνέχεια να συμπληρώσετε το μαγικό αυτό τετράγωνο.

B. Ασκήσεις για την Βαλκανική Ολυμπιάδα Νέων

1. Αν $\alpha, \beta, \gamma > 0$, να αποδείξετε ότι :

$$\frac{1}{\alpha + \beta} + \frac{1}{\beta + \gamma} + \frac{1}{\gamma + \alpha} \leq \frac{(\alpha + \beta + \gamma)^2}{6\alpha\beta\gamma}$$

2. Σε έναν κύκλο παίρνουμε στη σειρά τα σημεία A, B, Γ, Δ, E, Z ώστε τα τμήματα BΓ, ΔE, ZA να είναι ίσα με την ακτίνα R του κύκλου. Αν K, Λ, Μ είναι τα μέσα των τμημάτων AB, ΓΔ, EZ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΚΛΜ είναι ισόπλευρο .